

Hi	Klasse 10	Stationen lernen - Vorbereitung KA	Datum:	Mathematik
----	-----------	------------------------------------	--------	------------

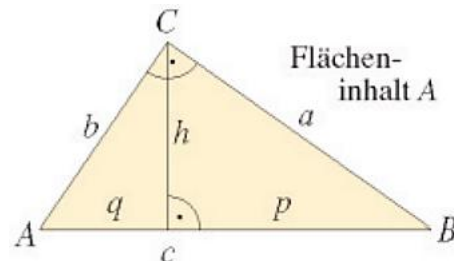
Lösungen

Station 1 Satz des Pythagoras, Höhen- und Kathetensatz

Aufgabe 1

Berechne nach den in der Skizze angegebenen Variablen alle möglichen fehlenden Größen am rechtwinkligen Dreieck.

Hinweis: Zur Lösung der Aufgabe ist es zweckmäßig, auch den Höhensatz bzw. den Kathetensatz am rechtwinkligen Dreieck anzuwenden.



- a) $a = 6 \text{ cm}$; $b = 25 \text{ cm}$
- b) $a = 5 \text{ cm}$; $p = 2,5 \text{ cm}$
- c) $b = 4 \text{ cm}$; $q = 3,5 \text{ cm}$
- d) $p = 10,7 \text{ cm}$; $q = 6,5 \text{ cm}$
- e) $a = 5 \text{ cm}$; $h = 3,7 \text{ cm}$
- f) $A = 420 \text{ cm}^2$; $b = 35 \text{ cm}$

- a) $c = 25,7 \text{ cm}$; $p = 1,4 \text{ cm}$; $q = 24,3 \text{ cm}$; $h = 5,8 \text{ cm}$; $A = 75 \text{ cm}^2$
- b) $c = 10 \text{ cm}$; $q = 7,5 \text{ cm}$; $b = 8,7 \text{ cm}$; $h = 4,3 \text{ cm}$; $A = 21,75 \text{ cm}^2$
- c) $c = 4,6 \text{ cm}$; $p = 1,1 \text{ cm}$; $a = 2,2 \text{ cm}$; $h = 2,0 \text{ cm}$; $A = 4,4 \text{ cm}^2$
- d) $c = 17,2 \text{ cm}$; $a = 13,6 \text{ cm}$; $b = 10,6 \text{ cm}$; $h = 8,3 \text{ cm}$; $A = 72,1 \text{ cm}^2$
- e) $p = 3,4 \text{ cm}$; $c = 7,4 \text{ cm}$; $q = 4,0 \text{ cm}$; $b = 5,4 \text{ cm}$; $A = 13,5 \text{ cm}^2$
- f) $a = 24,0 \text{ cm}$; $c = 42,4 \text{ cm}$; $p = 13,6 \text{ cm}$; $q = 28,8 \text{ cm}$; $h = 19,8 \text{ cm}$

Aufgabe 2 Textaufgaben

- a) Die Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks sind 19,2cm und 25,6cm lang. Wie lang ist die Hypotenuse? Berechne.
x: Länge der Hypotenuse in cm

$$(P) \quad 19,2^2 + 25,6^2 = x^2 \Leftrightarrow x^2 - 1024 = 0 ; L = \{-32 ; 32\}$$

Die Hypotenuse ist 32cm lang.

- b) In einem rechtwinkligen Dreieck mit einer 40cm langen Hypotenuse ist eine Kathete drei Mal so lang wie die andere. Wie lang sind die Katheten? Berechne.
x: Länge der kürzeren Kathete in cm

$$(P) \quad (3x)^2 + x^2 = 40^2 \Leftrightarrow 10x^2 - 1600 = 0 ; L = \{-4\sqrt{10} ; 4\sqrt{10}\}$$

Die Katheten sind $4\sqrt{10}\text{cm}$ und $12\sqrt{10}\text{cm}$ lang.

- c) Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks ist 29cm lang. Die Summe der Längen der Katheten beträgt 41cm. Wie lang sind die Katheten? Berechne.
x: Länge einer der beiden Katheten in cm

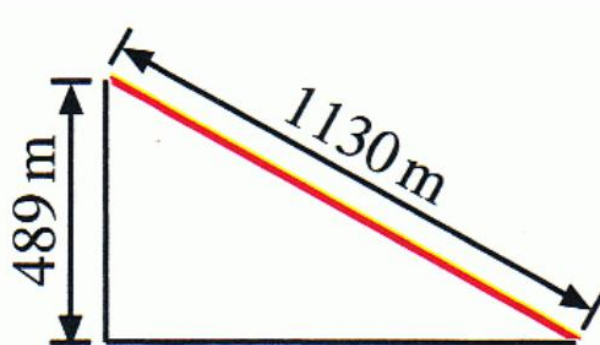
$$(P) \quad x^2 + (41 - x)^2 = 29^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 82x - 840 = 0 ; L = \{20 ; 21\}$$

Die Katheten sind 20cm und 21cm lang.

Hi	Klasse 10	Stationen lernen - Vorbereitung KA	Datum:	Mathematik
----	-----------	------------------------------------	--------	------------

Aufgabe 3 Anwendung

Zahnradbahn am Pilatus



Die steilste Zahnradbahn der Welt fährt auf den Pilatus (Schweiz). Auf einem Streckenabschnitt von 1130m Länge überwindet sie gleichmäßig einen Höhenunterschied von 489m.

a) In einer Landkarte sind im Normalfall die horizontalen Abstände von Orten maßstabsgetreu abgebildet. *Wie lang erscheint dieser Streckenabschnitt auf einer Karte im Maßstab 1:25000?*

b) Eine andere Zahnradbahnstrecke erscheint auf einer Karte im Maßstab 1:10000 12cm lang. Die wirkliche Streckenlänge beträgt 1250m. *Wie groß ist der Höhenunterschied?*

a) x: Länge der horizontalen Strecke in m

$$(P) \quad x^2 + 489^2 = 1130^2 \Leftrightarrow x^2 - 1037779 = 0; L = \{-\sqrt{1037779}; \sqrt{1037779}\}$$

Der horizontale Abstand beträgt in der Wirklichkeit $\sqrt{1037779} \text{ m} \approx 1019 \text{ m}$ und auf einer Karte im Maßstab 1:25000 ca. 4,1cm.

b) Der horizontale Abstand beträgt in der Wirklichkeit 1200m.

h: Höhenunterschied in m

$$(P) \quad h^2 + 1200^2 = 1250^2 \Leftrightarrow h^2 - 122500 = 0; L = \{-350; 350\}$$

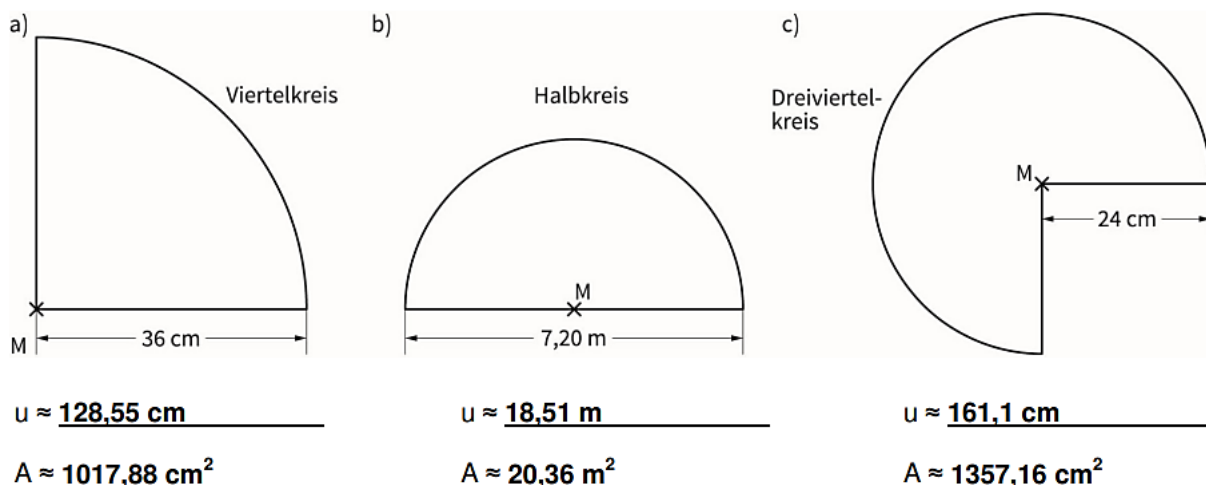
Der Höhenunterschied beträgt 350m.

Hi	Klasse 10	Stationen lernen - Vorbereitung KA	Datum:	Mathematik
----	-----------	------------------------------------	--------	------------

Station 2 Kreis und Kreisausschnitte

Aufgabe 1 Umfang und Flächeninhalt

Berechne den Umfang und den Flächeninhalt der jeweiligen Figur. Runde deine Ergebnisse jeweils auf eine Stelle nach dem Komma.



Aufgabe 2

a) Der Umfang eines kreisrunden Teiches beträgt 150 m. Wie groß ist seine Fläche? **Berechne.**

b) Um den Teich herum führt ein 2 m breiter Weg. **Bestimme** die Fläche des Weges.

$$a) \quad U = 150 \text{ m} = 2\pi \cdot r \Rightarrow r = \frac{150}{2\pi} = 23,87 \text{ m}$$

$$\text{Fläche} = \pi \cdot 23,87^2 = 1790 \text{ m}^2.$$

b) Die Wegfläche entspricht der Fläche eines Kreisringes:

$$A = \pi \cdot (r_{\text{außen}}^2 - r_{\text{innen}}^2) = \pi \cdot (25,87^2 - 23,87^2) = 312,53 \text{ m}^2.$$

Aufgabe 3 Kreisteile

Berechne die fehlenden Größen bei einem Kreisausschnitt.

	a)	b)	c)	d)
α	60°	90°		
r			10 cm	
b	84 cm			50 cm
A		400 cm ²	50 cm ²	250 cm ²

$$a) \quad b = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ} \Rightarrow 84 = \frac{\pi \cdot r \cdot 60^\circ}{180^\circ} \Rightarrow r = \frac{252}{\pi} = 80,2 \text{ cm.}$$

$$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \pi \cdot 80,2^2 \cdot \frac{60}{360} = 3367,8 \text{ cm}^2$$

$$b) \quad A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \Rightarrow 400 = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{90}{360} \Rightarrow r = 22,57 \text{ cm.}$$

$$b = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 22,57 \cdot 90^\circ}{180^\circ} = 35,45 \text{ cm}$$

$$c) \quad A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \Rightarrow 50 = \pi \cdot 10^2 \cdot \frac{\alpha}{360} \Rightarrow \alpha = 57,3^\circ$$

$$b = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 10 \cdot 57,3^\circ}{180^\circ} = 10 \text{ cm}$$

$$d) \quad A = \frac{1}{2} b \cdot r \Rightarrow 250 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot r \Rightarrow r = 10 \text{ cm.}$$

$$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \Rightarrow 250 = \pi \cdot 10^2 \cdot \frac{\alpha}{360} \Rightarrow \alpha = 286,5^\circ$$

Hi	Klasse 10	Stationen lernen - Vorbereitung KA	Datum:	Mathematik
----	-----------	------------------------------------	--------	------------

Station 3 Potenzen

Aufgabe 1 Potenzgesetze leicht

Fasse unter Anwendung der Potenzgesetze zu einer Potenz **zusammen**. **Berechne**.

a) $(-6)^3 \cdot 3^3 =$

b) $(-0,7)^9 \cdot 5^9 =$

c) $0,4^{-2} \cdot (-3)^{-2} =$

d) $(-12)^3 : 4^3 =$

e) $0,5^{12} : 10^{12} =$

f) $(\frac{2}{9})^7 : (-4)^7 =$

g) $(8^4)^3 =$

h) $(8^3)^4 =$

i) $(3^3)^{-3} =$

j) $(4^{-2})^{-3} =$

Aufgabe 2 Potenzgesetze mittelschwer

Vereinfache so weit wie möglich.

a) $2a^3 (4a^2 + 3a^4b - b^5)$

b) $3(3^m - 3^{2n})$

c) $(x^n - x^{n+3}) : x^n$

d) $[(x^{-3} + y^4)(x^{-3} - y^4)]^2$

e) $4(4^x + 2^{2x} - 4)$

a) $= 8 \cdot a^3 \cdot a^2 + 6 \cdot a^3 \cdot a^4b - 2 \cdot a^3 \cdot b^5$
 $= 8a^5 + 6a^7b - 2a^3b^5$
b) $= 3 \cdot 3^m - 3 \cdot 3^{2n} = 3^{m+1} - 3^{2n+1}$
c) $= x^n : x^n - x^{n+3} : x^n = 1 - x^3$
d) $= [(x^{-3})^2 - (y^4)^2]^2 = (x^{-6} - y^8)^2$
 $= (x^{-6})^2 - 2x^{-6}y^8 + (y^8)^2$
 $= x^{-12} - 2x^{-6}y^8 + y^{16}$
 $= \frac{1}{x^{12}} - \frac{2y^8}{x^6} + y^{16}$
e) $= 2^2 \cdot 2^{2x} + 2^2 \cdot 2^{2x} - 2^2 \cdot 2^2$
 $= 2^{2x+2} + 2^{2x+2} - 2^4$
 $= 2 \cdot 2^{2x+2} - 2^4 = 2^{2x+3} - 16$

Aufgabe 3 Potenz- und Wurzelgesetze mittelschwer

Schreibe die Potenz als Wurzel.

a) $3^{\frac{1}{5}}$

e) $15^{\frac{5}{6}}$

b) $3^{-\frac{1}{5}}$

f) $15^{-\frac{5}{6}}$

c) $a^{\frac{1}{10}}$

g) $25^{-0,75}$

d) $(xy)^{\frac{1}{3}}$

h) $(xy)^{1,6}$

a) $3^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{3}$
b) $3^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{3^{\frac{1}{5}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{3}}$
c) $a^{\frac{1}{10}} = \sqrt[10]{a}$
d) $(xy)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{xy}$
e) $15^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{15^5}$
f) $15^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{15^{\frac{5}{6}}} = \frac{1}{\sqrt[6]{15^5}}$
g) $25^{-0,75} = 25^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{25^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{25^3}}$
h) $(xy)^{1,6} = (xy)^{\frac{8}{5}} = \sqrt[5]{(xy)^8}$

Aufgabe 4 Potenz- und Wurzelgesetze mittelschwer

Schreibe als Potenz.

a) $5^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{-\frac{1}{2}}$

b) $\sqrt[6]{6^7} : \sqrt[3]{6^2}$

c) $a^{\frac{4}{9}} \cdot a^{\frac{2}{3}}$

d) $\sqrt[4]{x^3} : \frac{1}{\sqrt{x^5}}$

e) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27}$

f) $a^{-\frac{4}{9}} : (ab)^{-\frac{4}{9}}$

g) $(a^{-\frac{4}{9}})^{\frac{3}{4}}$

h) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{25^9}}}$

a) $= 5^{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{5}$
b) $= 6^{\frac{7}{6}} : 6^{\frac{2}{3}} = 6^{\frac{7}{6} - \frac{2}{3}} = 6^{\frac{1}{2}} = \sqrt{6}$
c) $= a^{\frac{4}{9} + \frac{2}{3}} = a^{\frac{10}{9}} = \sqrt[9]{a^{10}}$
d) $= x^{\frac{3}{4}} : x^{-\frac{5}{2}} = x^{\frac{3}{4} + \frac{5}{2}} = x^{\frac{13}{4}} = \sqrt[4]{x^{13}}$
e) $= 3^{\frac{1}{4}} \cdot 27^{\frac{1}{4}} = 81^{\frac{1}{4}} = (3^4)^{\frac{1}{4}} = 3$
f) $= (\frac{a}{ab})^{-\frac{4}{9}} = (\frac{1}{b})^{-\frac{4}{9}} = b^{\frac{4}{9}} = \sqrt[9]{b^4}$
g) $= a^{-\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{4}} = a^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a}}$
h) $= ((25^{\frac{9}{3}})^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}} = 5^{2 \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}} = 5$