

Hi	9.	Quadratische Gleichungen – Besondere Arten von Gleichungen - Lösungsverfahren (vgl. Buch K 5.5/5.6)	Datum:	M
----	----	--	--------	---

Neben der Lösungsformel gibt es weitere Möglichkeiten quadratische Gleichungen bzw. Gleichungen höheren Grades zu lösen.

Arbeitsauftrag

Gegeben ist die Gleichung $x + 5x^2 = 3x^2 - 7x$

- Löse die Gleichung mithilfe der Lösungsformel (p-q-Formel)
- Versuche nun eine weitere Möglichkeit zu finden, um die vorliegende Gleichung zu lösen.
(Beachte: Ein Produkt wird Null, wenn einer der Faktoren Null ist)

1. Lösen mit p-q-Formel

$$x + 5x^2 = 3x^2 - 7x \quad | -3x^2 + 7x$$

$$2x^2 + 8x = 0 \quad | :2$$

$$x^2 + 4x = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 + 0}$$

$$x_{1,2} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2}$$

$$x_{1,2} = -\frac{4}{2} \pm \frac{4}{2}$$

$$x_1 = -\frac{4}{2} + \frac{4}{2} = 0$$

$$x_2 = -\frac{4}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{8}{2} = -4$$

$$\mathbb{L} = \{0; -4\}$$

2. Faktorisieren ← bei Gleichungen ohne q

$$x + 5x^2 = 3x^2 - 7x \quad | -3x^2 + 7x$$

$$8x + 2x^2 = 0$$

$$2x(4+x) = 0$$

$$2x \cdot (4+x) = 0$$

↳ $2x$ oder $4+x$ muss 0 sein

$$\hookrightarrow 2x = 0 \quad | :2 \rightarrow x = 0$$

oder

$$4+x = 0 \quad | -4 \rightarrow x = -4$$

$$\mathbb{L} = \{0; -4\}$$

3. Substitution $\leftarrow$ bei biquadratischen Gleichungen

$$x^4 - 41x^2 + 400 = 0$$

Substituiere: $x^2 = z$

$$z^2 - 41z + 400 = 0$$

$$z_{1,2} = \frac{41}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{41}{2}\right)^2 - 400}$$

$$z_{1,2} = \frac{41}{2} \pm \sqrt{\frac{1681}{4} - \frac{1600}{4}}$$

$$z_{1,2} = \frac{41}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4}}$$

$$z_{1,2} = \frac{41}{2} \pm \frac{9}{2}$$

$$z_1 = \frac{41}{2} - \frac{9}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

$$z_2 = \frac{41}{2} + \frac{9}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

Rücksubstitution: $z = x^2$

$$x^2 = 25 \quad |\sqrt{}$$

$$|x| = 5$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -5$$

$$x^2 = 16 \quad |\sqrt{}$$

$$|x| = 4$$

$$x_3 = 4$$

$$x_4 = -4$$

$$\mathbb{L} = \{5; 4; -5; -4\}$$